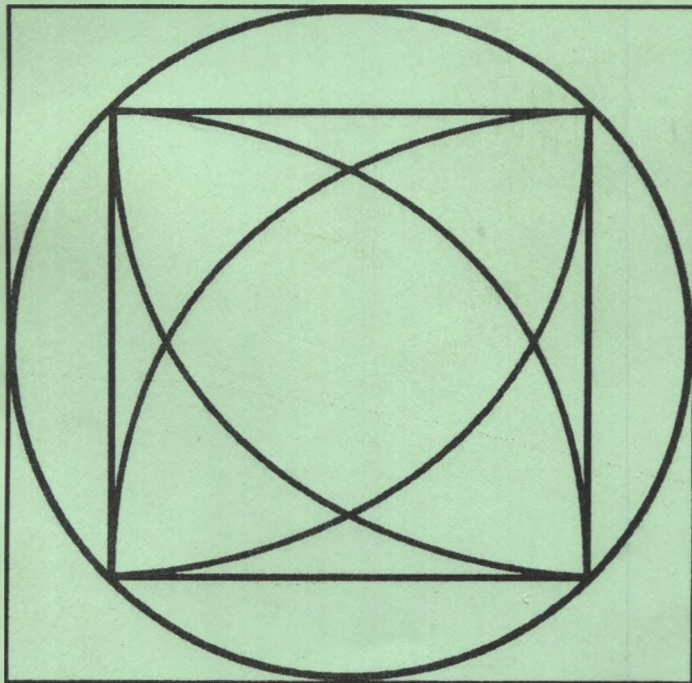


**О. А. Сарана,
С.П. Семенець**

Нестандартні геометричні задачі



Житомирський державний університет імені Івана Франка

Сарана О.А., Семенець С.П.

**Нестандартні геометричні
задачі**

Навчально-методичний посібник

**Вид-во ЖДУ ім. І. Франка
Житомир
2007**

ББК 22.1я73

С20

УДК 510(023)

Затверджено на засіданні вченої ради Житомирського державного університету, протокол №3 від 27 жовтня 2006 р.

Рецензенти: заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, Академік інженерної академії України, професор кафедри загально-технічних дисциплін Державного агроекологічного університету **Лось Л.В.**, кандидат технічних наук, професор Житомирського державного університету ім. Івана Франка **Ленчук І.Г.**, доцент кафедри вищої математики Житомирського державного технологічного університету, кандидат фіз.-мат. наук **Охріменко С.А.**

Сарана О.А., Семенець С.П.

С20

Нестандартні геометричні задачі: Навчально-методичний посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 150 с.: іл.

В посібнику описано основні методи та ідеї розв'язування геометричних олімпіадних задач, які недостатньо вивчаються в шкільному курсі математики. Кожен метод супроводжується теоретичним обґрунтуванням, прикладами розв'язаних задач та задачами для самостійного розв'язування. Всього запропоновано понад 360 задач, до понад 100 із них подано повні розв'язання, до інших наведено відповіді чи вказівки.

Посібник адресовано учням старших класів, вчителям, керівникам гуртків, студентам математичних спеціальностей вищих навчальних закладів. Рекомендується для підготовки до вступних екзаменів з математики та математичних олімпіад.

Посібник призначений для використання при проведенні факультативної роботи з математики та для підготовки до участі в математичних олімпіадах

22.1я73

Від авторів

За кілька тисячоліть свого розвитку геометрія розвинулася настільки, що повним оволодінням її методів та знанням усіх її секретів похвалитись не може ніхто. Деякі математики навіть вважають цю науку великою грою за певними аксіоматичними правилами, виробленими Евклідом та його попередниками. Процес розв'язування геометричних задач є чудовим полігоном для вироблення логічного і продуктивного мислення. Тому жодна математична олімпіада не обходиться без геометричних задач.

Посібник в основному орієнтується на задачі міських, обласних та національних олімпіад. При підборі задач автори виходили з досвіду проведення факультативних занять з розв'язування олімпіадних завдань у Житомирському державному університеті імені Івана Франка та школах м. Житомира. При цьому з метою забезпечення достатньої для факультативної роботи кількості задач використано багато задач, які пропонувались на Київських, Всеукраїнських, обласних та Соросівських учнівських олімпіадах. Також включено деякі задачі, складені авторами.

Після номеру кожної задачі даного посібника (в дужках) вказано класи, для яких вона може бути запропонована. Після номерів деяких задач додатково вказано, на якій олімпіаді пропонувалась ця задача і в якому році (при цьому номер класу вказано на час проведення олімпіади). Прийнято такі скорочення: ММО – Міжнародна математична олімпіада, УМО – Всеукраїнська математична олімпіада, ОМО – обласна математична олімпіада, КМО – Київська математична олімпіада, СМО – Соросівська математична олімпіада, РМО – Всеросійська математична олімпіада, ВТЮМ – Всеукраїнський турнір юних математиків. До значної кількості задач наведено повне розв'язання, до інших вказівки.

Бажаємо оригінальних ідей, красивих розв'язків задач та насолоди від власних успіхів та досягнень!

Список літератури

1. *Бабинская И. Л.* Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.
2. *Березина Л.Ю.* Графы и их применение. – М.: Просвещение, 1979.
3. *Боравльов А.П., Ленчук І.Г.* Аналіз у розв'язуванні задач на побудову. : Навч. Посібник. – К.: Вища школа, 2002.
4. *Вишенский В. А., Карташов Н. В., Михайловский В. И., Ядренко М. И.* Сборник задач Киевских математических олимпиад. – К.: Изд-во при Киевском ун-те, 1984.
5. *Вишенський В. А., Карташов М. В., Михайловський В. І., Ядренко М. Й.* Київські математичні олімпіади 1984–1993 рр. – К.: Либідь, 1993.
6. *Вишенський В. А., Ганюшкін О. Г., Карташов М. В., Михайловський В. І., Призва Г. Й., Ядренко М. Й.* Українські математичні олімпіади. – К.: Вища шк., 1993.
7. *Вишенський В.А., Перестюк М.О., Самойленко А.М.* Збірник задач з математики. – К.: ТВіМС, 2000.
8. *Генкін С. А., Ітенберг І. В., Фомін Д. В.* Ленінградські математичні гуртки. – К.: ТВіМС, 1997.
9. *Дороговцев А. Я., Ядренко М. Й.* Метод координат. – К.: Вища шк., 1972.
10. *Конет І. М., Паньков В. Г., Радченко В. М., Теплінський Ю. В.* Обласні математичні олімпіади. – Кам'янець-Подільський: Абетка, 2005.
11. *Кушнір І. А.* Методи розв'язання задач з геометрії. – К.: Абрис, 1994.
12. *Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.М.* Математичні олімпіади школярів України: 1991-2000 рр. – К. : Техніка, 2003.
13. *Мітельман І.М.* Розфарбуємо клітчасту дошку. – Львів: Каменяр, 2001.
14. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии: В двух частях. – М.: Наука, 1991.
15. *Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф.* Задачи по стереометрии. – М.: Наука, 1989.

16. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. – К.: „А. С. К.” 2004.
17. Сарана О.А., Ясінський В.В. Конкурсні задачі підвищеної складності з математики. Навчальний посібник для слухачів ФДП НТУУ „КПІ”. – К.: НТУУ „КПІ”, 2005.
18. Тадєєв В. О. Розв’язування планіметричних задач векторно-координатним методом: Навч. посібник для учнів. (Бібліотечка заочної математичної школи). – Тернопіль, 1998.
19. Федак І. В. Довжини, кути, площі, цікаві лінії і точки. Посібник для підготовки до математичних олімпіад: Бібліотечка заочної математичної школи. – Тернопіль, 1998.
20. Шклярский Д.О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы планиметрии. – М.: Наука, 1967.
21. Яглом И. М. Геометрические преобразования. Т.1. – М.: Гостехиздат, 1955.
22. Ядренко М. Й. Принцип Діріхле: Бібліотечка фізико-математичної школи. – К.: Вища шк., 1985.
23. Яковлев Г.Н., Купцов Л.П., Резниченко С.В., Гусятников П.Б. Всероссийские математические олимпиады школьников. – М.: Просвещение, 1992.
24. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв’язування. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005.

З М І С Т

Від авторів	1
§ 1. ПЛАНІМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ	4
§ 2. НАЙПРОСТІШІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЛОЩИНИ	19
§ 3. ЗАДАЧІ НА ПОБУДОВУ	29
§ 4. ПЕРЕТВОРЕННЯ ІНВЕРСІЇ	46
§ 5 АФІННІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЛОЩИНИ	50
§ 6. ПРОЕКТИВНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЛОЩИНИ	58
§ 7. ВЕКТОРНО-КООРДИНАТНИЙ МЕТОД	64
§ 8. ГЕОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ ТА ЕКСТРЕМУМИ	84
§ 9. СТЕРЕОМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ	101
§10 ДЕЯКІ НЕСТАНДАРТНІ ЗАДАЧІ: МЕТОД МАТЕМАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ, ПРИНЦИП ПАРНОСТІ, ІНВАРІАНТИ, ПРИНЦИП ДІРІХЛЕ	115
§ 11. ГРАФИ	126
§ 12. РОЗМІЩЕННЯ ФІГУР НА ПЛОЩИНІ, ПОКРИТТЯ, РОЗРІЗАННЯ ТА РОЗФАРБУВАННЯ ФІГУР	137
Список літератури	147